

Magnetische Monopole in vereinheitlichten Eichtheorien

Eckehard W. Mielke

Institut für Theoretische Physik, Universität Köln, FRG

Z. Naturforsch. **41a**, 777–787 (1986); eingegangen am 9. Dezember 1985

Magnetic Monopoles in Standardized Calibration Theories

Although refuted for a long time as a monstrosity, today's concepts in elementary particle physics necessitate it on theoretical grounds: The existence of isolated elementary magnetic north- or south poles.

If compared with a proton, the mass of such a monopole is estimated to be gigantic; comparable to that of an amoeba. Under the impact of the empirical success of unified gauge models, the search for monopoles has been steadily enforced with the aid of new detection methods.

I. Rückblick: Die Bipolarität des Magnetismus

Im Jahre 1269 untersuchte der französische Gelehrte Petrus Peregrinus [1] die Eigenschaften natürlicher Magnetminerale und entdeckte dabei die Bipolarität des Magnetismus. Er stellte fest, daß sich Eisenfeilspäne in der Umgebung eines Magneten längs bestimmter Linien ausrichten, die sich wie die Meridiane der Erde in zwei gegenüberliegenden Schnittpunkten treffen. Diese gedachten Schnittpunkte nannte er den magnetischen Nord- bzw. Südpol. Durch Halbieren eines Stabmagneten lassen sich diese nicht isolieren – ganz im Gegensatz zu den positiven und negativen elektrischen Ladungen eines elektrischen Dipols.

Seit über einem Jahrhundert ist bekannt, worauf dieses ungleiche Verhalten von elektrischen Ladungen und Magneten beruht:

Während das elektrische Feld gewöhnlich von der positiven bzw. negativen Elementarladung des Protons bzw. Elektrons seinen Ausgang nimmt, röhrt das Magnetfeld eines Stabmagneten nicht von magnetisch geladenen Teilchen, sondern von elektrischen Kreisströmen im Material her. Bekanntlich läßt sich durch eine stromdurchflossene Spule das Dipolfeld eines Stabmagneten simulieren. Bei einem Magneten geschieht ähnliches auf submikroskopischer Ebene: Elektronen, die nach dem Bohrschen Modell um den Atomkern sowie aufgrund ihres Spins um ihre eigene Achse kreisen, fungieren gleichsam als Ampèresche Kreisströme, die jeweils

Reprint requests to E. W. Mielke, Projensdorfer Str. 232, D-2300 Kiel 1.

ein magnetisches Dipolmoment hervorrufen (vgl. [2]).

II. Die Maxwellsche Theorie des Elektromagnetismus

Dieses ungleiche Verhalten von Elektrizität und Magnetismus stellt einen strukturellen Unterschied dar, den Maxwell in der mathematischen Formulierung zu berücksichtigen hatte. Seine zunächst in Vektorkomponenten geschriebenen Differentialgleichungen bargen, nach einer begrifflichen Zusammenfassung von Raum und Zeit durch Einstein, bereits die Transformationsinvarianzen der Speziellen Relativitätstheorie in sich. Daher sei an dieser Stelle von der kompakten Notation Gebrauch gemacht, welche die Komponenten der Vektoren $\mathbf{E} = (E_x, y, z)$ und $\mathbf{B} = (B_x, y, z)$ der elektrischen Feldstärke und der magnetischen Induktion zu dem antisymmetrischen, vierdimensionalen Feldstärketensor

$$(F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} = -(F^{\nu\mu}) \quad (2.1)$$

zusammenfaßt. Entsprechend sei die elektrische Ladungsdichte ρ_e und die Stromdichte j_e zu dem Viererstrom

$$(j^\nu) = \begin{pmatrix} c \rho_e \\ j_e \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

zusammengefügt. Bezeichnet

$$\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right) \quad (2.3)$$



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

die partiellen Ableitungen nach den vier Raum-Zeit-Koordinaten ($x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$), so nimmt die *erste Gruppe der Maxwell'schen Gleichungen* für nicht-polarisierbare Medien im CGS-System folgende Gestalt an:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j_e^\nu \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \varrho_e, \\ \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e. \end{array} \right. \quad (2.4a)$$

$$(2.4b)$$

Es gilt die Einsteinsche Konvention, welche besagt, daß über gleichlautende Indizes zu summieren sei. Zur Erinnerung ist zudem die Aufspaltung in die bekannten Vektordifferentialgleichungen angegeben. Demnach ist jede elektrische Ladungsverteilung ϱ_e der Ausgangspunkt eines elektrischen Feldes \mathbf{E} , ähnlich wie im Spezialfall des Coulomb-Gesetzes. Zudem sind die elektrische Stromdichte \mathbf{j}_e sowie zeitlich veränderliche elektrische Felder, d.h. die Dichte $\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ des dielektrischen Verschiebungstroms, von einem magnetischen Wirbelfeld \mathbf{B} umgeben.

Die zweite Gruppe der Maxwell'schen Gleichungen

$$\frac{1}{2} \partial_\mu \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \quad (2.5a)$$

$$= \frac{4\pi}{c} j_m^\nu \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{B} = 4\pi \varrho_m \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_m \end{array} \right. \quad (2.5b)$$

welche mit Hilfe des total antisymmetrischen Einheitstensors $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ geschrieben worden ist, beinhaltet sowohl die Quellenfreiheit der magnetischen Felder, als auch das Induktionsgesetz von Faraday.

In diesen Gleichungen sind die gesondert gekennzeichneten Beiträge von äußeren Quellen gleich Null gesetzt worden, da in der Natur magnetische Ladungs- und Stromdichten ϱ_m und \mathbf{j}_m nicht zu existieren scheinen!

Diese Asymmetrie in den Maxwell'schen Gleichungen ließe sich zwar formal durch eine Neudefinition der Feldstärken und Ströme beseitigen; jedoch würde dies nicht zu neuen physikalischen Aussagen führen.

III. Der Diracsche Monopol

Erst im Lichte der Eichideen von Weyl [3] gelang es Dirac 1931, das Monopolproblem neu aufzurollen

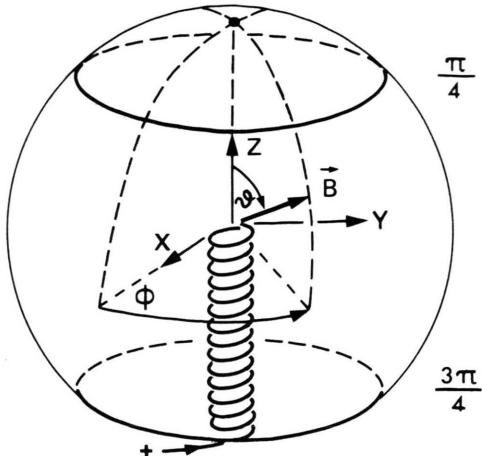


Abb. 1. Zur Konstruktion der magnetischen Induktion \mathbf{B} einer unendlich langen und dünnen Spule.

[4]. Ohne die Maxwell'schen Gleichungen zu modifizieren, konstruierte er das Feld eines magnetischen Pols aufgrund folgender physikalischer Überlegung:

Eine sehr lange und sehr dünne stromdurchflossene Spule ist zumindest partiell geeignet, das Feld eines Monopols zu simulieren. Dabei soll das Magnetfeld über $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ bzw. über die vierdimensionale Rotation

$$\mathbf{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (3.1)$$

aus dem Viererpotential $(A_\mu) = (U, -\mathbf{A})$ abgeleitet werden können. (Dies wird verlangt, um für die Quantisierung den Lagrangeformalismus zur Verfügung zu haben.) Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß die Spule längs der negativen z -Achse orientiert sei und schreiben für das Vektorpotential folgenden Ansatz an:

$$\mathbf{A} \cdot d\mathbf{x} = p \frac{1 - \cos \vartheta}{r \sin \vartheta} dx^3 = p(1 - \cos \vartheta) d\Phi. \quad (3.2)$$

Die differentielle Form ist zunächst bezüglich einer in Kugelkoordinaten geschriebenen orthogonalen Basis $d\mathbf{x}$ gebildet worden, für die $dx^3 = r \sin \vartheta d\Phi$ gilt. Die einzige nicht-verschwindende Komponente ist demnach

$$A_\Phi = p(1 - \cos \vartheta). \quad (3.3)$$

Sie liefert für den Feldstärketensor den Beitrag

$$F_{\vartheta\Phi} = \partial_\vartheta A_\Phi - 0 = p \sin \vartheta. \quad (3.4)$$

Um zu erkennen, daß dies einem radialen magnetischen Feld entspricht, berechnen wir den Fluß

$$F_{\vartheta\phi} d\vartheta d\phi = \frac{p}{r^2} r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\phi = \frac{p}{r^2} \cdot d(\text{Fläche}) \quad (3.5)$$

durch den infinitesimalen Raumwinkelbereich $d\vartheta \cdot d\phi$ und erhalten genau das erwartete Resultat

für das magnetische Feld $\mathbf{B} = \frac{p}{r^2} \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}$ eines Monopols der Polstärke p .

Bezüglich der orthogonalen Basis $d\mathbf{x}$ verschwindet das Vektorpotential \mathbf{A} für $\vartheta = 0$; an der Stelle $\vartheta = \pi$, d.h. am Ort der Spule, wird es jedoch singulär. Um den Außenraum des Monopols vollständig zu beschreiben, genügte es jedoch, \mathbf{A} nur für den Bereich $\vartheta \leq 3\pi/4$ gelten zu lassen und für $\vartheta \geq \pi/4$ das modifizierte Potential

$$\mathbf{A}' \cdot d\mathbf{x} = -p(1 + \cos \vartheta) d\phi \quad (3.6)$$

zu verwenden.

Wir folgen damit den Geographen, welche ja auch *mindestens zwei* Karten benötigen, um eine lokal treue Abbildung der Erdoberfläche zu erhalten.

Damit auch für den Überlappungsbereich $\pi/4 \leq \vartheta \leq 3\pi/4$ der gleiche Feldstärketensor herauskommt, dürfen sich die Vektorpotentiale höchstens um das (totale) Differential einer Funktion χ unterscheiden, d.h., es muß

$$(\mathbf{A} - \mathbf{A}') \cdot d\mathbf{x} = d\chi = 2p d\phi \quad (3.7)$$

gelten. Beide Potentialansätze erfüllen die Maxwellsschen Gleichungen. Diese Freiheit in der Wahl einer *Eichung* läßt sich aber leicht – wie angegeben – durch $\chi = 2p\phi$ erfüllen. Der Interpretation von Wu und Yang [5] folgend, können wir uns von der Hilfskonstruktion einer unendlich langen und dünnen Spule, d.h. vom sog. Diracschen String (oder Saite) befreien. Das resultierende Feld des Monopols ist – abgesehen vom Ursprung – singularitätsfrei.

Beim String handelt es sich um ein eichtheoretisches Artefakt, analog zu dem der Koordinaten-singularität in der Schwarzschild-Metrik der Allgemeinen Relativitätstheorie [6]. Dabei modifizierte Dirac die Maxwellsche Theorie in einer Weise, welche spätere Entwicklungen in der mathematischen Theorie der Faserbündel und ihrer Topologie vorwegnahm: Der Minkowski-Raum M ohne die Weltlinie des Monopols ist diffeomorph zum

Produkt-Raum $R^2 \times S^2$. Dabei bezeichnet S^n die n -dimensionale Einheitskugel. Elektromagnetismus mit Monopolen stellt eine Eichtheorie in dem nicht-trivialen Hauptfaserbündel $P(S^2, U(1)) \approx S^1, \pi, \delta$ mit der eindimensionalen, unitären Gruppe $U(1)$ als Strukturgruppe dar. (π kennzeichnet die Projektion von P auf die Basismannigfaltigkeit (hier S^2) und δ die Gruppenwirkung von $U(1)$ auf P .)

Es läßt sich zeigen, daß die bei der Ladungsquantisierung auftretende Zahl n mit der „Windungszahl“ $\pi_1(S^1)$ der Strukturgruppe $U(1)$ übereinstimmt [7, 8].

Als Beispiel möge das Bündel $P = S^3 \approx U(2) \xrightarrow{\pi} U(2)/U(1) \approx S^2$ dienen, welches Hopf 1931, also im Erscheinungsjahr von Diracs fundamentaler Monopolarbeit, untersucht hat [9]. Der dreidimensionalen Kugel S^3 , welche durch die Eulerschen Winkel ε, ϑ und ϕ parametrisiert sei, läßt sich die globale Zusammenhangsform

$$\omega = -p(d\varepsilon + \cos \vartheta d\phi) \quad (3.8)$$

aufprägen. Das inverse Bild $\sigma^* \omega$ bezüglich eines lokalen Schnittes σ im Bündel entspricht dann gerade der 1-Form (3.6) des modifizierten Viererpotentials.

Die 2-Form der Feldstärke ist global durch

$$\Omega := d\omega = p \sin \vartheta d\vartheta \wedge d\phi \quad (3.9)$$

bestimmt und beschreibt das Feld $F_{\mu\nu} = (\sigma^* \Omega)_{\mu\nu}$ eines Monopols der Polstärke p .

IV. Ladungsquantisierung

Die Frage bleibt jedoch bestehen, ob die Hilfskonstruktion der Spule, welche sich in den Ansätzen für die beiden Potentiale widerspiegelt, sich zwar nicht klassisch, dafür aber *quantenmechanisch* bemerkbar macht?

Zu diesem Fragenkomplex haben Aharonov und Bohm [10] eine Modifikation des Doppelspaltversuches mit Elektronen vorgeschlagen, in der hinter den beiden Spaltöffnungen zusätzlich eine (unendlich) lange und dünne Spule aufgestellt ist.

Beim Einschalten des Spulenstroms erleiden die Wahrscheinlichkeitsamplituden ψ_1 und ψ_2 für den Durchgang eines Elektrons durch die beiden Spalte die relative, zeitunabhängige Phasenänderung

$$\psi_1/\psi_2 \rightarrow e^{-i\epsilon\chi/\hbar c} \psi_1/\psi_2 = e^{-i2ep\phi/\hbar c} \psi_1/\psi_2. \quad (4.1)$$

Nach der anschließenden Superposition zu der Schrödingerschen Gesamtwellenfunktion $\psi = \psi_1 + \psi_2$ ist somit eine Verschiebung der Interferenzmuster zu erwarten. Dies ist später [11] experimentell bestätigt worden.

Den gleichen Effekt hätte auch ein Monopol, falls nicht der folgende Umstand Berücksichtigung findet: Die Eichfunktion χ ist im Überlappungsbereich der Potentiale eine mehrdeutige Funktion der geographischen Länge ϕ . Damit die Wellenfunktion ψ des Elektrons bei Anwesenheit eines Monopols bei einem vollen Umlauf $\phi \rightarrow \phi + 2\pi$ um den „Äquator“ (Fig. 1) eindeutig bleibt, muß notwendigerweise die Diracsche Quantisierungsbedingung

$$2e p = n \hbar c \quad (4.2)$$

gelten. Eine weitergehende Überlegung zeigt, daß im Prinzip ein einziger Monopol im Universum genügt, um alle elektrischen Ladungen in ganzzahlige Vielfache einer gemeinsamen, durch p bestimmten Einheit zu überführen.

Für diese Ladungsquantisierung* gibt es im Rahmen der Quantenelektrodynamik bislang keine andere Begründung!

V. Theorie dual geladener Teilchen

Als eine weitergehende Verallgemeinerung ist eine Theorie des Elektromagnetismus denkbar, in welcher Teilchen sowohl elektrische als auch magnetische Ladungen tragen [12]. Die Maxwellschen Gleichungen müssen dafür in eine mathematische Form gegossen werden, in der sie bezüglich der elektrischen Feldstärke und der magnetischen Induktion symmetrisch sind. Um dies zu erreichen werden die Feldgleichungen in geeigneter Weise mit $\sin \delta$ bzw. $\cos \delta$ multipliziert, um dann neue elektrische und magnetische Feldgrößen durch die Linearkombination

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \mathbf{E} \cos \delta + \mathbf{B} \sin \delta, \\ \mathbf{B}' &= -\mathbf{E} \sin \delta + \mathbf{B} \cos \delta \end{aligned} \quad (5.1)$$

zu definieren. Dies stellt eine Drehung der Felder um den sog. Dualitätswinkel δ dar, welche sich in der Tensorschreibweise wie folgt auswirkt:

$$F^{\mu\nu} \rightarrow F'^{\mu\nu} = F^{\mu\nu} \cos \delta + *F^{\mu\nu} \sin \delta. \quad (5.2)$$

* Die Abweichung des Betrags der Ladung eines Protons und eines Elektrons vom Ladungsquantum $e = 4.8 \times 10^{-10} (\text{cm}^3 \text{g s}^{-2})^{1/2}$ beträgt höchstens $|q_e/q_p| - 1 | \cong 10^{-21}$.

Dabei gilt

$$*F^{\mu\nu} := \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}, \quad (***) = -1 \quad (5.3)$$

den dualen Feldstärketensor wieder, der durch eine Larmor-Transformation $\mathbf{E} \rightarrow {}^+_{(-)} \mathbf{B}$, $\mathbf{B} \rightarrow {}^+_{(-)} \mathbf{E}$ aus dem Tensor $F^{\mu\nu}$ entsteht.

In bezug auf die neu definierten Dichten

$$j'_e^\nu := j_e^\nu \cos \delta, \quad j'_m^\nu := -j_e^\nu \sin \delta \quad (5.4)$$

der elektrischen und magnetischen Viererströme nehmen dann die Maxwellschen Gleichungen folgende, vollständig *symmetrische* Gestalt an:

$$\partial_\mu F'^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j'_e^\nu, \quad \partial_\mu *F'^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j'_m^\nu. \quad (5.5)$$

Diesem Formalismus zufolge würde jedes elektrisch geladene Teilchen notwendigerweise auch eine magnetische Ladung tragen.

Ein solches „dual“ geladenes Teilchen, d. h. ein Dyon, welches die elektrische Ladung e' und die Polstärke p' besitzt, erfährt in einem äußeren elektromagnetischen Feld die Kraftdichte

$$f_v' = j_e'^\mu F'_{\mu\nu} + j_m'^\mu *F'_{\mu\nu}. \quad (5.6)$$

Die resultierende Kraft

$$\mathbf{F}' = e' \mathbf{E}' + e' (\beta' \times \mathbf{B}') + p' \mathbf{B}' - p' (\beta' \times \mathbf{E}') \quad (5.7)$$

auf ein solches Teilchen der Relativgeschwindigkeit $\beta' = j'/c q_e$ enthält neben dem Coulomb-Term und der Lorentz-Kraft noch zwei entsprechende Beiträge aufgrund der magnetischen Ladung. Die angegebenen Dualitätsrotationen lassen die symmetrischen Maxwell-Gleichungen, die Beziehung für die verallgemeinerte Lorentz-Kraft, als auch den Energie-Impuls-Tensor

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= -\frac{1}{4\pi} (F^{\mu\alpha} F_\alpha^\nu - \frac{1}{4} \eta^{\mu\nu} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}) \\ &= -\frac{1}{8\pi} (F^{\mu\alpha} F_\alpha^\nu + *F^{\mu\alpha} *F_\alpha^\nu) \end{aligned} \quad (5.8)$$

invariant. Aus diesem Grund hatte Sommerfeld die Energie-Dichte

$$W = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) \quad (5.9)$$

und die Impuls-Dichte (Poynting-Vektor)

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (5.10)$$

für fundamentaler als die Feldstärken \mathbf{E} und \mathbf{B} angesehen. Als *effektive* Ladungsdichte ist in einer

solchen symmetrischen Theorie nur die Invariante

$$\varrho_{\text{eff}} = \sqrt{\varrho'_e^2 + \varrho_m^2} \quad (5.11)$$

von empirischer Bedeutung, da genau genommen immer nur eine Wechselwirkung zwischen Ladung und Feld meßbar ist [12].

Unter der Voraussetzung, daß das Verhältnis

$$\varrho'_m / \varrho'_e = - \tan \delta \quad (5.12)$$

für alle Teilchen gleich ist, d. h. universell gilt, folgt aber aus diesen Invarianzeigenschaften, daß eine symmetrische Theorie des Elektromagnetismus physikalisch nicht von der ursprünglichen Maxwell-schen Theorie unterscheidbar wäre.

Die bei Maxwell gültige Wahl $\delta = 0$ stellt – historisch gesehen – nur die Übereinkunft dar, daß das Elektron eine rein elektrische Ladung trägt.

Schwinger hat 1968 eine Quantentheorie dual geladener Teilchen entwickelt, welche auf den symmetrischen Maxwellgleichungen aufbaut [13].

Für ein System mit zwei Dyonen der Ladung q_1 bzw. q_2 und der Polstärke p_1 bzw. p_2 nimmt die Quantisierungsbedingung dabei folgende Form an:

$$q_1 p_2 - q_2 p_1 = \frac{1}{2} n \hbar c. \quad (5.13)$$

Interessanterweise wird diese Bedingung z. B. auch durch

$$q_i = \frac{n_i}{3} e + \frac{m_i}{3} e, \quad p_i = \frac{3 m_i}{2 \alpha} e \quad (5.14)$$

erfüllt, wobei n_i und m_i beliebige ganze Zahlen sind.

Demzufolge sind für Dyonen auch gebrochene, d. h. spezieller auch *drittzahlige* Ladung zulässig. Dies hat zu Spekulationen geführt [14], welche sie mit den rätselhaften Quarks in Verbindung bringen möchten.

Darüber hinaus ist wichtig zu vermerken, daß ein Dyon, welches eine spinlose, elektrische und magnetische Ladung trägt, sich quantenmechanisch wie ein Boson bzw. wie ein Fermion im Sinne des Spin-Statistik-Theorems verhält, je nachdem ob $ep/\hbar c$ ganzzahlig oder halbzahlig ist. In diesem Sinne hätte der Spin einen rein elektromagnetischen Ursprung [15].

VI. Witten-Effekt

Der Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{16 \pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (6.1)$$

der Maxwellschen Theorie läßt sich ein Randterm

$$\mathcal{L}_\infty = \frac{\Theta e^2}{(4\pi)^2 \hbar c} F^{\mu\nu} * F_{\mu\nu} = \frac{\Theta e^2}{4\pi^2 \hbar c} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \quad (6.2)$$

hinzufügen, welcher die Feldgleichungen nicht ändert, jedoch die CP-Invarianz verletzt. Im Feld

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} + \frac{p}{r^2} \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}, \quad \mathbf{E} = -\nabla U$$

eines (statischen) Dyons liefert ein solcher Term folgenden Beitrag zur Lagrangefunktion:

$$L' = \int d^3x \mathcal{L}_\infty = \frac{e^2 p \Theta}{\pi \hbar c} \int d^3x U(\mathbf{x}) \delta^{(3)}(\mathbf{x}). \quad (6.3)$$

Dieser Ausdruck entspricht der Standardkopplung des elektrischen Potentials U an eine Ladung der Größe $e^2 p \Theta / \pi \hbar c$ am Ort des Monopols. Bei Anwesenheit des Θ -abhängigen Terms induziert ein magnetischer Pol demzufolge eine elektrische Ladung, jedoch nicht umgekehrt. Darüber hinaus hängt die Lösung

$$q = me + e\Theta/2\pi \quad (6.4)$$

der Quantenbedingung (5.13) für Dyonen von dem Vakuumwinkel Θ der Theorie [16, vgl. 17] sowie, nach Niemi et al. [18], von zusätzlichen Fermionenbeiträgen ab.

Ein besonders interessanter Fall ist $\Theta = \pi$, für den die CP-Invarianz erhalten bleibt, solange ein Dyon zwei degenerierte Formen besitzt, welche sich durch die elektrische Ladung $q = +e/2$ bzw. $q = -e/2$ unterscheiden.

Im Rahmen eines eindimensionalen dynamischen Modells lassen sich solche ausgeartete Zustände mit fermionischer Ladung $e/2$ bzw. Fermionen-Zahl $1/2$ explizit konstruieren [19].

VII. Vereinheitlichte Eichtheorien

Heutzutage gehen die meisten Physiker davon aus, daß die Elektrodynamik Teil einer umfassenderen Theorie ist, welche den bei hochenergetischen Streuexperimenten gefundenen, inneren Teilchensymmetrien Rechnung trägt. Die Annahme, daß die hypothetischen Quarks, welche zusätzlich noch durch „Farbladungen“ unterschieden werden, und die Leptonen (wie Elektron, Müon, Tauon und deren Neutrinos) die Urbausteine der Materie seien,

hat sich bei der Klassifikation und Deutung der Spektren angeregter Teilchen bewährt.

Die schwache, elektromagnetische und starke Wechselwirkung zwischen diesen Urbausteinen wird in der Weinberg-Salam-Theorie durch die intermediären Vektorbosonen W^\pm, Z^0 und das Photon bzw. in der Quantenchromodynamik durch sog. Gluonenfelder vermittelt [20]. Diese Theorien vom Yang-Millsschen Typ [21] sind insofern Verallgemeinerungen der Maxwellschen Theorie, als in diesen Vereinheitlichungsmodellen anstelle des Viererpotentials A_μ ein entsprechendes Multiplett W_μ^j von Vektorfeldern auftritt, welche in der quantisierten Theorie in einer bestimmten Linearkombination mit dem Photon, den intermediären Bosonen, bzw. den Gluonen identifiziert werden. Darüber hinaus wird die in der Elektrodynamik vorgefundene „Eichinvarianz“, welche durch die Abelsche, unitäre Gruppe U(1) der eindimensionalen Phasendrehung gekennzeichnet ist, in diesen nicht-Abelschen Eichtheorien durch allgemeinere, unitäre Gruppen ersetzt. So ist z.B. das Weinberg-Salam-Modell gegenüber lokalen, d.h. raum-zeit-abhängigen, $SU(2) \otimes U(1)$ -Transformationen, und die Quantenchromodynamik gegenüber lokalen $SU(3)$ -Transformationen invariant.

In der Ausformulierung dieser Eichtheorien zeigt sich, daß die Feldstärkentensoren

$$F_{\mu\nu}^j := \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + g c_{kl}^j W_\mu^k W_\nu^l, \quad (7.1)$$

welche durch den „inneren“ Index j unterschieden werden, – anders als in der Maxwellschen Theorie – in nichtlinearer Weise von den verallgemeinerten Potentialen W_μ^j abhängen. Die Struktur der lokalen Symmetriegruppe geht dabei über die Konstanten c_{kl}^j ein; g ist die Eichkopplungskonstante von der Dimension einer Ladung.

Diese Nichtlinearität setzt sich auf der Stufe der Feldgleichungen, welche aus der Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{Y.M.} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^j F^{\mu\nu}_j \quad (7.2)$$

gewonnen werden, fort.

In einer reinen Yang-Mills-Theorie sind die den W_μ^j zugeordneten Eichbosonen masselos wie das Photon. Im Gegensatz zum Photon sind erstere in der Natur nicht realisiert. Ein zulässiger Ausweg besteht darin, einem Teil der Eichfelder durch eine Ankopplung an ein Multiplett φ^j von Skalarfeldern

eine von den Parametern der Theorie abhängige, meist sehr große Masse M_W zu verschaffen.

Um dies zu bewerkstelligen, wird zu (7.2) die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_H = -\frac{\hbar c}{2} D_\mu \varphi^j D^\mu \varphi_j - V(\varphi) \quad (7.3)$$

mit dem bezüglich φ^j nichtlinearen Selbstwechselwirkungspotential

$$V(\varphi) = \frac{\lambda}{4} (\varphi^j \varphi_j)^2 - \frac{\mu^2}{2} \varphi^k \varphi_k \quad (7.4)$$

hinzugefügt. Um die Eichinvarianz der Theorie zu gewährleisten, findet die eichkovariante Ableitung

$$D_\mu \varphi^j := \partial_\mu \varphi^j + \frac{g}{\hbar c} c_{kl}^j W_\mu^k \varphi^l \quad (7.5)$$

Verwendung.

Der nicht-triviale Vakuumerwartungswert $\langle \varphi \rangle = \mu/\sqrt{\lambda}$ des Skalarfeldes wird gerade durch das Minimum des Potentials (7.4) gegeben (Fig. 2).

Da der „Boden“ des Higgs-Potentials $V(\varphi)$ eine verminderte Symmetrie besitzt, wird bei diesem Higgs-Kibble-Mechanismus [20] eine Richtung im Raum der inneren Freiheitsgrade ausgezeichnet. Dies hat zur Konsequenz, daß der quantenmechanische Grundzustand weniger symmetrisch ist als die ursprüngliche Eichgruppe; letztere wird dadurch in dynamischer Weise auf die einer geringeren lokalen Symmetrie herabgebrochen.

Bei dieser spontanen Symmetriebrechung erhält nicht nur ein Teil der Eichfeldbosonen eine von der Fermi-Konstante G_F des β -Zerfalls abhängige Masse $M_W = g \langle \varphi \rangle = g G_F^{-1/2} (\hbar/c)$, sondern auch das um den Vakuumerwartungswert verschobene Higgs-Feld $\varphi_H := \varphi - \langle \varphi \rangle$. Dessen Masse wird durch

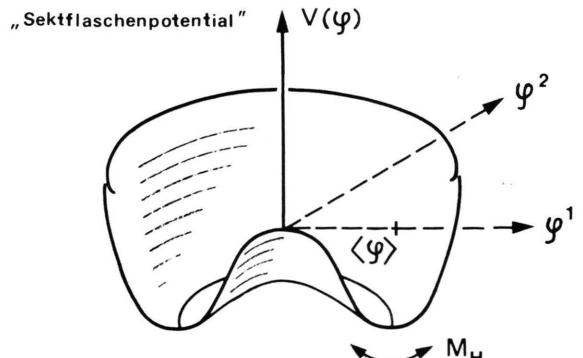


Abb. 2. Veranschaulichung des Higgs-Potentials.

die Krümmung $\mu \sqrt{2}$ von $V(\phi)$ am Boden bestimmt und läßt sich daher auch in der Form

$$M_H = \mu \sqrt{2} = \langle \phi \rangle \sqrt{2 \lambda} = G_F^{-1/2} \sqrt{2 \lambda} \frac{\hbar}{c} \quad (7.6)$$

angegeben.

Neuerdings geht man sogar einen Schritt weiter und versucht, die starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkungen zu einer „grand unified theory“ (GUT) zusammenzufassen. Dabei bilden Quarks und Leptonen Fermionen-Familien. So geht die GUT-Theorie von Georgi und Glashow [22] von der sog. einfachen Gruppe $SU(5)$ als lokaler Symmetriegruppe aus.

Über den Higgs-Kibble-Mechanismus wird diese hohe Symmetrie in hierarchischer Weise zweimal gebrochen. Das erste Mal geschieht das durch ein überschweres Higgs-Feld X der Masse $M_X = 10^{14}$ GeV/c². Das entspricht in etwa der Masse von 10^{14} Protonen! Dabei wird die $SU(5)$ auf die Gruppe $[SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)]/Z_6$ dynamisch gebrochen und enthält somit die $SU(3)$ -Farbsymmetrie der starken Wechselwirkung sowie die Eichgruppe der elektroschwachen Theorie von Weinberg-Salam. Letztere wird bei einer Energie von 100 GeV gebrochen, so daß schließlich nur die Farbsymmetrie und die $U(1)$ des Elektromagnetismus als exakte Symmetrien übrig bleiben.

VIII. GUT-Monopole

Wie zuerst 't Hooft [23] und Polyakov [24] anhand eines Modells mit $SO(3)$ -Symmetrie gezeigt haben, besitzen solche Theorien *notwendigerweise* (topologisch) stabile Monopollösungen. In einem mathematisch einfachen Grenzfall* sind die beteiligten Eichpotentiale und die Higgs-Felder trotz der Nichtlinearität der Feldgleichungen in geschlossener Form darstellbar:

$$W_k^j = 2p \varepsilon_k^{ji} \frac{x^i}{|x|} \left[\frac{r_0}{r} - \frac{1}{\sinh r/r_0} \right] \underset{r \rightarrow 0, \infty}{\sim} 0, \quad (8.1)$$

$$\phi^j = \frac{1}{g r_0} \frac{x^j}{|x|} \left[\coth \frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r} \right] \underset{r \rightarrow 0}{\sim} 0, \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{g r_0} \quad (8.2)$$

* Es handelt sich dabei um den Prasad-Sommerfield-Limes $\lambda \rightarrow 0$ im Lagrangian (7.3, 4) des Higgs-Feldes [29, 30].

Dabei ist ε_{kij} der total antisymmetrische Einheits-tensor in drei Dimensionen. Vergleichen wir diese analytische Lösung mit dem Magnetfeld eines Diracschen Monopols.

Da $\mathbf{B} = \frac{p}{r^2} \frac{\mathbf{x}}{|x|}$ am Ursprung singulär wird, ist ein solcher Pol als punktförmig anzusehen. Im Gegensatz dazu ist der 't Hooft-Polyakowsche Monopol überall regulär und entspricht damit einem „ausgedehnten“ solitonartigen Teilchen mit einem komplizierten inneren Aufbau aus Higgs- und Eichfeldern. Allerdings besitzt der „Kern“ eines solchen GUT-Monopols [25, 26] nur einen äußerst kleinen Radius von $r_0 = 10^{-28}$ cm, welcher der Compton-Wellenlänge des überschweren Higgsteilchens X entspricht. Außerhalb dieses Zentrums gleicht sich ein GUT-Monopol (nach einer geeigneten Eichtransformation [27]) immer mehr einem Diracschen Pol an.

Die Ladungsquantisierung in Anwesenheit solcher Monopole betrifft nicht nur die elektrische Ladung, sondern sie bezieht auch andere (bezüglich der Gruppe diagonalisierbare) Ladungsoperatoren, wie die Farbhyperladung, mit ein. Aus diesem Grunde stellt ein GUT-Monopol – physikalisch betrachtet – eine Kombination von einem elektromagnetischen Pol mit einem chromomagnetischen Pol dar. Nur die farbigen Quarks in etwa einem Proton, welche dort innerhalb eines Radius von 1 Fermi = 10^{-13} cm „gefangen“ gehalten werden, seien beide Anteile; für Leptonen ist die Ladung wie bei Dirac quantisiert. Diese Quantisierung ist unabhängig von der Renormierung der Eichtheorie [28].

IX. Zerfall des Protons?

Neuerdings wird die Frage lebhaft diskutiert, ob der für die GUT-Modelle vorhergesagte äußerst geringfügige Protonenzerfall in Anwesenheit solcher Monopole *katalytisch* beschleunigt wird. Die aus dem GUT-Modell resultierende mittlere Lebensdauer des Protons von $\tau_p = 10^{29 \pm 2}$ Jahren sollte dabei auf den für starke Wechselwirkungen typischen Wert von $\tau_s = 10^{-23}$ s verringert werden.

Nach den Berechnungen von Rubakov [31, vgl. 32, 33] ist dies der Fall. Physikalisch läßt sich der Effekt dadurch verstehen, daß der Monopol das fermionische Vakuum durch virtuelle Paarerzeugungsprozesse um sich herum polarisiert.

Für die im Proton eingeschlossenen Quarks ist dann die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung mit den sog. Leptoquark-Bosonen erhöht. Diese befinden sich im Kernbereich $r < r_0$ des Pols und entsprechen denjenigen Eichfeldern der SU(5)-Symmetrie, welche eine Änderung $\Delta B \neq 0$ der Baryonenanzahl B unter Erhaltung der Gesamtfermionenzahl F zu induzieren vermögen. Gemäß der in Abb. 3 skizzierten Reaktion kann damit ein GUT-Monopol (GUM) den Zerfall eines Protons oder Baryons auf katalytischem Wege einleiten. Die

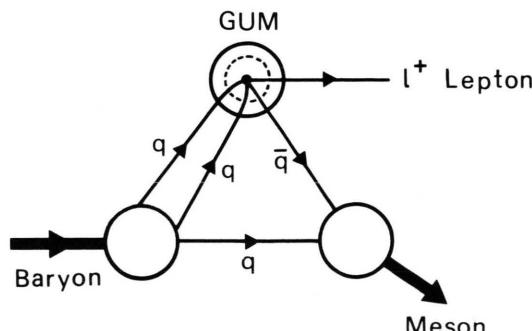


Abb. 3. Katalyse des Protonen-Zerfalls.

Zerfallsrate sollte allerdings sehr klein sein, wenn man davon ausgeht, daß die Wahrscheinlichkeit für den Einfang eines Quarks der Energie E dem Verhältnis $(E/M_X c^2)^3$ proportional ist.

Den Berechnungen Callans (s. [34]) zufolge bliebe dabei jedoch die Erhöhung [35] der fermionischen S-Wellen am Ursprung des Monopols unberücksichtigt. Durch diesen Effekt wird jedoch der geometrische Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{Pol}} \cong 10^{-56} \text{ cm}^2$ auf den viel größeren Wert

$$\sigma_{\text{GUM}} \cong 10^{-27} \text{ cm}^2 \beta_m^{-1} O(\beta_m^{-1}) \quad (9.1)$$

angehoben, welcher dem der Streuung von Atomkernen entspricht.

X. Der physikalische Steckbrief

Nach diesem Abstecher in die zur Zeit noch recht hypothetische Welt der GUT-Modelle benötigen wir für eine erfolgreiche Suche einen möglichst charakteristischen Steckbrief des Monopols. Seine physikalischen Eigenschaften lassen sich am besten durch einen tabellarischen Vergleich mit dem bekanntesten Elementarteilchen, dem Elektron, verdeutlichen:

Physikalische Eigenschaft	Elektron	Monopol	Bemerkung
Ladung	$-e$	$p = \frac{e}{2\alpha} = \frac{137}{2} e$	Ladungsquantisierung, $n = 1$
Antiteilchen	Positron	Südpol (Nordpol)	Diracsche Theorie der Antiteilchen
Dimensionslose Kopplungskonstante	$\alpha := e^2/\hbar c$ $= 1/137$	$\alpha_m := p^2/\hbar c = \alpha \left(\frac{1}{2\alpha}\right)^2$ $= 1/4\alpha \cong 34$	Superstark!
Energiegewinn ^a im elektrischen bzw. magnetischen Feld	1 eV/V	20 eV/Gauß · cm = 0.06 e	
Energieverlust durch Ionisation	$\left(\frac{dE}{dx}\right)_e^{\text{Min}} \cong 2 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$	$\left(\frac{dE}{dx}\right)_m = \left(\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 \left(\frac{dE}{dx}\right)_e$ ($\cong 10 \text{ GeV/cm}$ für $\beta \sim 1$)	nur gültig für $\beta \gtrsim 10^{-3}$
Energieverlust durch Wirbelströme		$\left(\frac{dE}{dx}\right)^{\text{Cu}} \cong 2 \cdot 10^2 \beta \frac{\text{GeV}}{\text{cm}}$	dominant für kleine β
Invarianz gegenüber Zeitumkehr	Erhalten	Verletzt!	(K^0 -Mesonen verletzen die T -Invarianz auch)
Typische Geschwindigkeit	$\beta := \frac{v}{c} \cong 1$	Dirac: $\beta \cong 1$ GUM: $\beta \cong 10^{-3}$	$E_{\text{kin}}(\text{GUM}) = 5 \cdot 10^9 \text{ GeV}$
Masse	$0,5 \text{ MeV}/c^2$	Dirac: beliebig GUM: $M_m \gtrsim M_X/\alpha$ $\cong 10^{16} \text{ GeV}/c^2$	(= 20 ng, Masse einer Amöbe)

^a Im folgenden wird von der atomaren Energiedifferenz $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ g cm}^2/\text{s}^2$ sowie von der Einheit $1 \text{ Gauß} \cong 1 (\text{g}/\text{cm} \cdot \text{s})^{1/2}$ Gebrauch gemacht.

Wir betrachten hier nur den Fall eines minimalen Pols mit $n = 1$. Aus der Diracschen Quantisierungsbedingung (4.2) folgt die Polstärke zu

$$p = \frac{1}{2\alpha} e. \quad (10.1)$$

Es ist daher charakteristisch für Monopole, daß ihre elektromagnetischen Wechselwirkungen, im Vergleich zu Elektronen, um den halben Wert der reziproken (Sommerfeldschen) Feinstrukturkonstante $1/\alpha$ größer sind. Insbesondere ist die Kopplungskonstante α_m superstarke im Vergleich zu $\alpha_s = 1$ der starken Wechselwirkungen.

Jedoch ist auch der Energieverlust durch Ionisation für einen schnellen ($\beta \lesssim 1$) Pol etwa 5000mal größer als der eines Elektrons. Zudem erleiden Pole in Leitern wie Kupfer starke Energieverluste durch induzierte Wirbelströme. Bei langsamem Monopolen, sofern vorhanden, überwiegt dieser Effekt sogar den der Ionisation.

Die Ablenkungsrichtung eines elektrisch geladenen Teilchens im Feld eines Monopols ist – anders als im Feld einer stromdurchflossenen Spule – abhängig von der Richtung des zeitlichen Ablaufs (vgl. [2]). Erst nachdem Fitch und Cronin 1964 beim Zerfall von neutralen Kaonen eine ähnliche *Verletzung der Zeitumkehrinvarianz* gefunden haben, erscheint diese Eigenschaft der magnetischen Monopole nicht mehr so suspekt.

Während die Ruhemasse eines klassischen Dirac-Pols beliebig ist, zeigt eine einfache Abschätzung, daß GUT-Monopole eine um das $1/\alpha$ -fache größere Masse als die des überschweren Higgs-Teilchens X besitzen:

Ein solcher GUT-Monopol ist demnach etwa so schwer wie eine Amöbe, bei natürlich viel geringeren Abmessungen!

XI. Neues inflationäres Universum

Die gigantischen Energien, welche zur Erzeugung solcher Teilchen nötig sind, stünden nur unmittelbar nach dem Urknall zur Verfügung.

Nach dem Standardmodell der kosmologischen Entwicklung werden die überschweren Monopole bei dem Phasenübergang zweiter Ordnung erzeugt, welcher die GUT-Symmetrie das erste Mal bricht. Dies geschieht etwa 10^{-35} s nach dem Urknall bei

einer kritischen Temperatur von $T^c = 10^{14}$ GeV/k, wobei $k = 8,6 \cdot 10^{-5}$ eV/K die Boltzmann-Konstante ist. Die aus dem Standardmodell resultierende, dimensionslose relative Anfangsdichte $\bar{\varrho}_0 := n_m/T^3 \cong 10^{-10}$ der Monopole ist viel größer als die Abschätzung $\bar{\varrho} \leq 10^{-24}$, welche für das heutige Universum gilt.

Dieses Problem hat Guth [34] in seinem (*Neuen*) *Inflationären Kosmologischen Modell* [36] durch die Annahme eines modifizierten „quartischen“ Higgs-Potentials

$$V(\varphi) = \frac{25}{16} \alpha^2 \left[|\varphi|^4 \ln \frac{\lambda |\varphi|^2}{\mu^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu^4}{\lambda^2} - |\varphi|^4 \right) \right] \quad (11.1)$$

gelöst. Dies führt zu einem Phasenübergang *erster Ordnung*, wobei unterhalb der kritischen Temperatur T^c das metastabile „falsche Vakuum“ $\langle \varphi \rangle = 0$ anstelle von $\langle \varphi \rangle = \mu/\sqrt{\lambda}$ angenommen wird.

Aufgrund einer Unterkühlung bleibt das Universum für eine „längere“ Zeit in diesem Zustand, bei dem eine Monopolerzeugung stark unterdrückt wird. Die Energiedichte dieses Vakuumzustandes ist größer als die Strahlungsdichte ϱ_0 und führt zu einem großen negativen Druck $p = -\varrho_0$ und damit zu einer exponentiellen Ausdehnung (Inflation) einer sonst willkürlichen Anfangsblase, wie beim De Sitter-Modell. Nachdem der Phasenübergang vollzogen ist, wird latente Wärme frei und heizt das Universum wieder auf $T \cong 10^{14}$ GeV/k auf. Von diesem Zeitpunkt an findet das Standardmodell wieder Anwendung.

Bei der Expansion des Universums machen die Monopole eine Abkühlung auf die Schwellentemperatur $6 \cdot 10^9$ K der Elektronen mit, und besitzen 10^{11} s nach dem Urknall eine mittlere kinetische Energie von $1/2$ MeV. Aufgrund der riesigen Masse der GUT-Monopole entspricht dies nur einer Geschwindigkeit von $\beta = 10^{-10}$ bzw. von $v = 3$ cm/s! Später sind galaktische Magnetfelder vorhanden, welche die Monopole auf etwa die Fluchtgeschwindigkeit von $\beta_G = 10^{-3}$ beschleunigen könnten und ihnen dabei die recht beträchtliche kinetische Energie von $5 \cdot 10^9$ GeV vermittelten. Damit diese Energie dem galaktischen Magnetfeld nicht schneller entzogen wird als sie der galaktische Dynamo regenerieren kann, darf nach Parker [37] der Teilchenfluß von magnetischen Polen die obere Grenze von $\Phi_{\text{Pol}} \leq 300/(\text{km}^2 \cdot \text{sr} \cdot \text{Jahr})$ nicht überschreiten.

XII. Die experimentelle Suche

Wie steht es angesichts dieser zum Teil recht exotischen Eigenschaften mit der Suche [38] nach den magnetischen Monopolen?

Als mögliche Fundorte für solche Teilchen kommen in Frage:

- Hochenergetische Streuexperimente,
- kosmische Strahlen,
- Erz, Urgestein.

Mittlerweile gehört es zu dem Einführungszere moni bei der Inbetriebnahme von neuen Teilchen beschleunigern, nach isolierten Magnetpolen Ausschau zu halten.

Der einfachste Prozeß für die Erzeugung von Monopolen wäre die Paarvernichtung

$$p + \bar{p} \rightarrow m + \bar{m} + \dots \quad (12.1)$$

der am CERN erzeugten 540 GeV-Protonen und Antiprotonen. Der direkte Nachweis bzw. der nach Ansammlung in ferromagnetischen Targets blieb jedoch erfolglos.

Bei einem Ballonflug in große Höhen haben Price und Mitarbeiter 1975 ein Ereignis mit einer ungewöhnlich breiten Ionisationsspur gefunden [39]. Aufgrund von Widersprüchen bei der Kalibrierung des Detektors mußte jedoch später ein Monopoldurchgang ausgeschlossen werden. Einzelne, sehr energetische und sehr schmale Schauer von γ -Strahlen in großen Höhen, welche auf Monopole hindeuteten, konnten bei entsprechenden Versuchen am CERN nicht reproduziert werden.

Auch die Untersuchung von irdischen Magnetiten, Glimmerplättchen, Ferromanganknollen aus der Tiefsee, 2 kg Meteorstein sowie 20 kg Mondgestein ergab bislang kein Anzeichen für die Existenz von Monopolen. Dabei ist der Umstand zu berücksichtigen, daß die meisten aus der Kernphysik entlehnten Detektoren, welche auf dem Ionisationsvermögen von geladenen Teilchen beruhen, auf die überschweren GUT-Monopole mit Relativgeschwindigkeiten von $\beta \lesssim 10^{-3}$ nicht ausreichend ansprechen würden [34].

Ein Detektor, welcher *unabhängig* von der Geschwindigkeit des Pols arbeitet und nur auf magnetische Ladungen anspricht, begründet sich auf dem Prinzip der Induktion.

Um das Meßprinzip zu erläutern, betrachten wir einen Monopol (Fig. 4), der im Begriff ist, einen supraleitenden Ring in Richtung der Symmetrie-

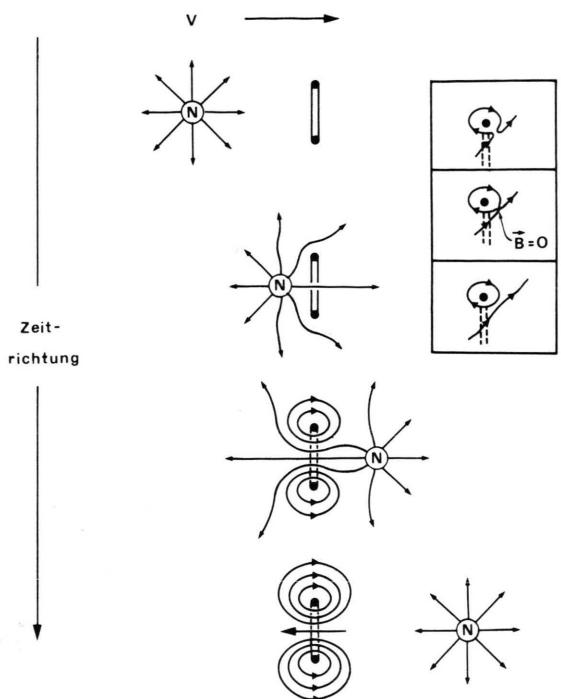


Abb. 4. Monopoldurchgang durch eine supraleitende Schleife (schematische Darstellung des Feldlinienverlaufs).

achse zu durchdringen. Beim Durchgang durch die Spule induziert der Pol einen Ringstrom im Supraleiter. Da dieser unterhalb der kritischen Feldstärke alle magnetischen Felder aus seinem Inneren verdrängt, können keine Feldlinien den Ring schneiden. Daher muß die Änderung des magnetischen Flusses durch die Schleife, welcher bei Supraleitern quantisiert ist, genauso groß sein wie der mitgeführte Fluß des Magnetpoles. Für einen Monopol der minimalen Polstärke $p = e/2\alpha$ beträgt dieser genau das zweifache des elementaren Flußquantums $\Phi_0 = \hbar c/(2e) = 2 \cdot 10^{-7}$ Gauß · cm².

Der von Cabrera in Stanford gebaute Detektor [40] besteht aus einer vierlagigen Niob-Spule, welche mit der Eingangsschleife eines sehr empfindlichen SQUID-Magnetometers verbunden ist. (Die Empfindlichkeit eines heutigen SQUIDs liegt bei 10^{-3} Flußquanten!)

Durch besondere Verfahren konnte das magnetische Restfeld innerhalb der Abschirmung auf $5 \cdot 10^{-8}$ Gauß abgesenkt werden. In einem Lauf von 382 Tagen wurde ein einziges großes Ereignis mit einer Flußänderung von $4 \cdot 2\Phi_0$ registriert, welches innerhalb einer Fehlergrenze von $\pm 5\%$ mit dem Er-

gebnis eines Monopoldurchganges übereinstimmt [41].

Cabrera selbst ist vorsichtig und schließt den zufälligen Abbau einer mechanischen Verspannung in seiner Apparatur nicht aus.

Der jetzige Stand der empirischen Forschung erlaubt es sicherlich *nicht*, dem Monopol den Status des Positrons, Diracs anderer fundamentaler Voraussage, zuzuerkennen. Jedoch hat die Monopol-suche alten und neuen Forschungsgebieten wie Elektromagnetismus, Ladungsquantisierung, Eich-

theorien (GUT), Supraleitung, Astrophysik und sogar der (Inflationären) Kosmologie neue Impulse gegeben und damit zu einer einheitlichen Sicht der Physik beigetragen.

Danksagung

Für Hinweise bin ich Herrn Professor F. W. Hehl im besonderen Maße dankbar. Diese Arbeit wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft, Bonn, unterstützt.

- [1] The Letter of Petrus Peregrinus on the Magnet, AD 1269, translated by Brother Arnold, McGraw, New York 1904.
- [2] R. A. Carrigan, Jr., and W. P. Trower, Spektrum Wiss. Juni 1982, p. 78.
- [3] H. Weyl, Z. Physik **56**, 330 (1929).
- [4] P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. London **A 133**, 60 (1931); Phys. Rev. **74**, 817 (1948).
- [5] T. T. Wu and C. N. Yang, Phys. Rev. D **12**, 3845 (1975); Nucl. Phys. **B 107**, 365 (1976); C. N. Yang, Ann. Acad. Sci., New York **294**, 86 (1977).
- [6] E. W. Mielke, Über die Hypothesen, welche der Geometrodynamik zugrunde liegen (Habilitationsschrift, Kiel 1982); Naturwiss. **72**, 118 (1985).
- [7] O. Alvarez, Commun. Math. Phys. **100**, 279 (1985).
- [8] M. Quiros, J. R. Mittelbrunn, and E. Rodriguez, J. Math. Phys. **25**, 873 (1982).
- [9] H. Hopf, Math. Annalen **104**, 637 (1931).
- [10] Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
- [11] R. G. Chambers, Phys. Rev. Lett. **5**, 3 (1960); A. Tonomura et al., Phys. Rev. Lett. **56**, 792 (1986).
- [12] V. I. Strazhev and L. M. Tomil'chik, Sov. J. Particles Nucl. **4**, 78 (1973).
- [13] J. Schwinger, Phys. Rev. **173**, 1536 (1968).
- [14] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **105**, 538 (1976).
- [15] A. O. Barut, Physikalische Blätter **31**, 352 (1975).
- [16] G. Witten, Phys. Lett. **86 B**, 283 (1979).
- [17] E. W. Mielke, Phys. Lett. **110 A**, 87 (1985).
- [18] A. J. Niemi, M. P. Paranjape, and G. W. Semenoff, Phys. Rev. Lett. **53**, 515 (1984).
- [19] R. Jackiw and J. R. Schrieffer, Nucl. Phys. **B 190**, 253 (1981).
- [20] T.-P. Cheng and L.-F. Li, Gauge theory of elementary particle physics. Clarendon Press, Oxford 1984.
- [21] C. N. Yang and R. L. Mills, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).
- [22] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974).
- [23] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **79**, 276 (1974).
- [24] A. M. Polyakov, JETP Letters **20**, 194 (1974).
- [25] F. A. Bais and R. J. Russel, Phys. Rev. D **11**, 2692 (1975).
- [26] F. A. Bais and P. Batenburg, Nucl. Phys. B **253**, 162 (1985).
- [27] A. P. Balachandran and J. Schechter, Phys. Rev. D **29**, 1184 (1984).
- [28] S. Coleman, in: The Unity of the Fundamental Interactions, Erice Lectures (A. Zichichi, ed.). Plenum, New York 1983, p. 21.
- [29] M. K. Prasad and C. M. Sommerfield, Phys. Rev. Lett. **35**, 760 (1975).
- [30] W. J. Marciano and H. Pagels, Phys. Rev. D **12**, 1093 (1975).
- [31] V. A. Rubakov, Nucl. Phys. B **203**, 311 (1982).
- [32] N. S. Craigie, W. Nahm, and V. A. Rubakov, Nucl. Phys. B **241**, 274 (1984).
- [33] C. Gómez, Letters Math. Phys. **8**, 367 (1984).
- [34] R. A. Carrigan, Jr. and W. P. Trower, Magnetic Monopoles. Plenum Press, New York 1983.
- [35] W. J. Marciano and I. J. Muzinich, Phys. Rev. Lett. **50**, 1035 (1983); Phys. Rev. D **28**, 973 (1983).
- [36] R. H. Brandenberger, Rev. Mod. Phys. **57**, 1 (1985).
- [37] E. N. Parker, Astrophys. J. **160**, 383 (1970).
- [38] G. Giacomelli, Riv. Nuovo Cim. **7**, No. 12 (1984).
- [39] P. B. Price, E. K. Shirk, W. Z. Osborne, and L. S. Pinsky, Phys. Rev. Lett. **35**, 487 (1975); Phys. Rev. D **18**, 1382 (1975).
- [40] B. Cabrera and W. P. Trower, Found Phys. **13**, 195 (1983).
- [41] B. Cabrera, Phys. Rev. Lett. **48**, 1378 (1982).